2026 順天堂大（医）

Ⅰ

(1)

(a)
$2^{x-2}-2^{2-x}=\frac{3\sqrt{2}}{8}$

$\Leftrightarrow 2^{x+1}-3\sqrt{2}-2^{5-x}=0$

$\Leftrightarrow 2\cdot(2^x)^2-3\sqrt{2}\cdot 2^x-32=0$

$\Leftrightarrow 2^x=\frac{3\sqrt{2}\pm\sqrt{2\cdot 3^2+8\cdot 32}}{4}$

$=4\sqrt{2},\ -\frac{\sqrt{2}}{8}$

$\therefore 2^x=4\sqrt{2}\quad(\because 2^x>0)$

$x=\frac{9}{2}$ //

(b)
~~(⇒)~~

$x^{3+\log_2 x}=4^{\log_x 4}$

$\log_4 x^{3+\log_2 x}=\log_x 4$

$(3+\log_2 x)\frac{\log_2 x}{\log_2 4}=\frac{\log_2 4}{\log_2 x}$

$(3+\log_2 x)(\log_2 x)^2=4$

$(\log_2 x)^3+3(\log_2 x)^2-4=0$

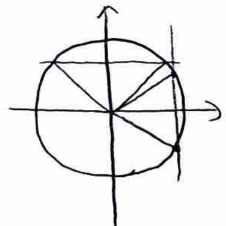
$(\log_2 x-1)\{(\log_2 x)^2+4\log_2 x+4\}=0$

$\log_2 x=1,-2\quad\therefore x=\frac{1}{4},2$ //

(c)
$4\sin x\cos x-2\sqrt{3}\sin x-2\sqrt{2}\cos x+\sqrt{6}\leqq 0$

$(2\sin x-\sqrt{2})(2\cos x-\sqrt{3})\leqq 0$

$\begin{cases}\sin x\geqq\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \cos x\leqq\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$ または $\begin{cases}\sin x\leqq\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \cos x\geqq\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$



$\frac{\pi}{4}\leqq x\leqq\frac{3}{4}\pi$ または $0\leqq x\leqq\frac{\pi}{6}$

$\therefore 0\leqq x\leqq\frac{1}{6}\pi$ //, $\frac{1}{4}\pi\leqq x\leqq\frac{3}{4}\pi$ //

(2)

(a)
$\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}\right)^2+\cdots+\frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}\right)^6$

$=\frac{\frac{1}{12}-\frac{1}{12}\left(\frac{1}{2}\right)^6}{1-\frac{1}{2}}=\frac{21}{128}$ //

(b)
n枚コインを投げてk枚だけ表である確率は $\frac{n}{2^n}$

求める確率は

$\sum_{k=1}^{6}\frac{1}{6}\cdot\frac{k}{2^k}$

$=\frac{1}{6}\cdot\frac{32+32+24+16+10+6}{2^6}$

$=\frac{5}{16}$ //

(c)
$\frac{5}{16}\times\frac{21}{128}\times 2$

$=\frac{105}{1024}$ //

(3)

(a)
$\int_a^b f(x)dx=\frac{b^3-a^3}{3}$ ~~⇒~~ ⇐ $f(x)=x^2$

ア…A //

(b) 反例：$a=3,\ b=27$

$\sqrt{a}+\sqrt{b}$が無理数 ~~⇒~~ $\sqrt{ab}$が無理数

⇐ に関しては

$\sqrt{a}+\sqrt{b}\in\mathbb{Q}\Rightarrow\sqrt{ab}\in\mathbb{Q}$ …真

$\sqrt{a}+\sqrt{b}=r\in\mathbb{Q}$ とすると

$a+b+2\sqrt{ab}=r^2$

$\Leftrightarrow\sqrt{ab}=\frac{r^2-a-b}{2}\in\mathbb{Q}$

イ…B //

(c)
$P(\alpha)=P(\beta)=0$ ~~⇒~~ ⇐ $P(x)=(x-\alpha)(x-\beta)$

ウ…A //

(d)
$\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=0$

$\Leftrightarrow 1+\frac{\beta}{\alpha}+\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2=0$

$\Leftrightarrow\frac{\beta}{\alpha}=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

$\Leftrightarrow\beta=\left\{\cos\left(\pm\frac{2}{3}\pi\right)+i\sin\left(\pm\frac{2}{3}\pi\right)\right\}\alpha$

⇒ ~~⇔~~ ⇏

$\triangle OAB$が二等辺三角形

エ…C //

(e) 反例：外分点

$s+t=1$ ~~⇒~~ ⇐ CがABの内分点

オ…B //

Ⅱ

(1)
$(x-1)^2+2(y+2)^2=4$

⋮

$x^2+2y^2-2x+8y+5=0$

(2)

$X+iY=(\cos\theta+i\sin\theta)(x+iy)$

エ…C_1　オ…A

$=\cos\theta\cdot x-\sin\theta\cdot y$
$\quad+(\sin\theta\cdot x+\cos\theta\cdot y)i$

カ…C　ク…A　ケ…C

キ…B

(3)

$3x^2+4\sqrt{3}xy-y^2=\alpha$ を

x 軸方向に p

y 〃 q 平行移動すると

$3(x-p)^2+4\sqrt{3}(x-p)(y-q)-(y-q)^2=\alpha$

$3x^2+4\sqrt{3}xy-y^2-(6p+4\sqrt{3}q)x+(2q-4\sqrt{3}a)y+3p^2+4\sqrt{3}pq-q^2-\alpha=0$

↓

$\begin{cases} 6p+4\sqrt{3}q=12+4\sqrt{3} \\ 3p^2+4\sqrt{3}pq-q^2-\alpha=-4+8\sqrt{3} \end{cases}$

$p=2$　$q=1$　$\alpha=15$

C_2 は C_3 を原点を中心に $+\frac{\pi}{6}$ 回転。

$x=\cos(+\frac{\pi}{6})X-\sin(+\frac{\pi}{6})Y$
$=\frac{\sqrt{3}}{2}X-\frac{1}{2}Y$

$y=\sin\frac{\pi}{6}\cdot X+\cos\frac{\pi}{6}Y$
$=\frac{1}{2}X+\frac{\sqrt{3}}{2}Y$

これを $3x^2+4\sqrt{3}xy-y^2=15$ に代入して整理すると

$5X^2-3Y^2=15$

$\therefore C_2: 5x^2-3y^2=15$

$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{5}=1$

焦点 $(\pm2\sqrt{2},0)$　漸近線 $y=\pm\frac{\sqrt{15}}{3}x$

C_1 の漸近線はともに $(2,1)$ を通る。

傾きは $\tan\varphi=\pm\frac{\sqrt{15}}{3}$ とおくと

$\tan(\varphi+\frac{\pi}{6})$
$=\dfrac{\tan\varphi+\tan\frac{\pi}{6}}{1-\tan\varphi\tan\frac{\pi}{6}}$
$=\dfrac{\pm\frac{\sqrt{15}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}}{1\mp\frac{\sqrt{15}}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}}$
$=2\sqrt{3}\pm\sqrt{5}$

III

(1) $(\sin x)'$

$=\lim_{h\to0}\dfrac{\sin(x+h)-\sin x}{h}$

$=\lim_{h\to0}\dfrac{\sin x\cos h+\cos x\sin h-\sin x}{h}$

$=\lim_{h\to0}\left(\sin x\cdot\dfrac{\cos^2h-1}{h(\cos h+1)}+\cos x\cdot\dfrac{\sin h}{h}\right)$

$=\lim_{h\to0}\left(\sin x\dfrac{\sin h}{h}\cdot\dfrac{-\sin h}{\cos h+1}+\cos x\cdot\dfrac{\sin h}{h}\right)$

$=\cos x$

(2) $f(x)=\sin x-x$ とおく

$f'(x)=\cos x-1\leqq0$

$f(x)$ は単調減少. $f(0)=0$ より

$f(x)\leqq0$. $\sin x\leqq x$.

(3)

(i) $n=1$ のとき

$F_1(x)=S_1(x)-\sin x$
$=x-\sin x\geqq0$

$G_1(x)=1-\cos x\geqq0$

より成立.

(ii) $n=k$ のとき成立すると仮定.

$n=k+1$ のとき

$F_{k+1}(x)=(-1)^k\{S_{k+1}(x)-\sin x\}$

$F'_{k+1}(x)=(-1)^k\left\{\sum_{k=1}^{n}(-1)^k\dfrac{x^{2k}}{(2k)!}-\cos x\right\}$

$F''_{k+1}(x)=(-1)^k\left\{\sum_{k=1}^{n}(-1)^k\dfrac{x^{2k-1}}{(2k-1)!}+\sin x\right\}$
$=(-1)^{k+1}\left\{\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k+1}\dfrac{x^{2k-1}}{(2k-1)!}-\sin x\right\}$

$=F_k(x)\geqq0$

これより $F'_{k+1}(x)$ と $G_{k+1}(x)$ は

単調増加. $F'_{k+1}(0)=G_{k+1}(0)=0$

より $F'_{k+1}(x)=G_{k+1}(x)\geqq0$

$F_{k+1}(x)$ は単調増加. $F_{k+1}(0)=0$

より $F_{k+1}(x)\geqq0$.

以上よりすべての自然数 n において成立.

(4)

$F_2(x)=-x+\frac{x^3}{3!}+\sin x\geqq0$

$F_2(1)=-\frac{5}{6}+\sin1\geqq0$

$0.83<\frac{5}{6}\leqq\sin1$

$F_3(x)=x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\sin x\geqq0$

$F_3(1)=\frac{101}{120}-\sin1\geqq0$

$\sin1\leqq\frac{101}{120}<0.85$

$\therefore 0.83<\sin1<0.85$