2020 埼玉医科大（前期）

1

問1. $\log_a b = t \ (0<t\leqq 1)$ とおく.

$$t+\frac{1}{t}=\frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2t^2-9t+2=0$$

$$\therefore\ t=\frac{9-\sqrt{65}}{4}$$

問2

1つの果物のみ…28人

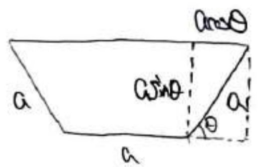
↓ 残り22人 リンゴ12コ, ミカン10コ, ナシ10コ

リンゴ, ミカン, ナシすべてをもらった人は最大で8人.

このときリンゴ, ミカンの人が2人, リンゴ, ナシの人が2人.

1つももらえなかった人は最大で10人

問3.



台形の面積 $f(\theta)$ は

$$f(\theta)=(2a+2a\cos\theta)a\sin\theta\cdot\frac{1}{2}$$

$$=a^2(1+\cos\theta)\sin\theta\quad\left(0<\theta<\frac{2}{3}\pi\right)$$

$$f'(\theta)=a^2\left\{\frac{-\sin^2\theta}{1-\cos\theta}+(1+\cos\theta)\cos\theta\right\}$$

$$=a^2(2\cos^2\theta+\cos\theta-1)$$

$$=a(2\cos\theta-1)(\cos\theta+1)$$

$$f'(\theta)=0\Leftrightarrow\cos\theta=\frac{1}{2}$$

θ	$0\cdots\frac{\pi}{3}\cdots\frac{2}{3}\pi$
$f'(\theta)$	$+\quad -$
$f(\theta)$	$\nearrow\quad\searrow$

$$\max f(\theta)=f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$$

2

問1.

曲線上の点 $\left(t,\ at^2-\frac{1}{a}\right)$ とOとの距離 $f(t)$ は

$$f(t)=\sqrt{t^2+a^2t^4-2t^2+\frac{1}{a^2}}$$

$$=\sqrt{a^2t^4-t^2+\frac{1}{a^2}}$$

$$=\sqrt{a^2\left(t^2-\frac{1}{2a^2}\right)^2+\frac{3}{4a^2}}$$

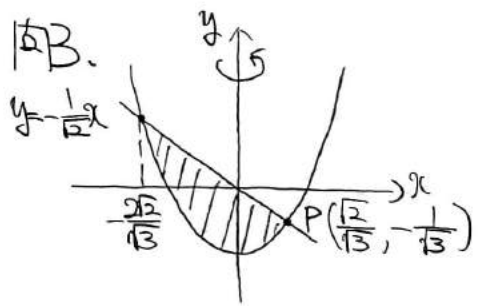
$t=\pm\frac{\sqrt{2}}{2a}$ で最小.

$$P\left(\frac{\sqrt{2}}{2a},\ -\frac{1}{2a}\right)$$

問2

$$f\left(\frac{\sqrt{2}}{2a}\right)=\frac{3}{2a}=1\quad\therefore\ a=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

問3.

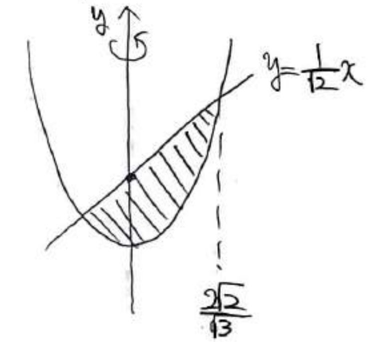


$$\frac{\sqrt{3}}{2}x^2-\frac{2}{\sqrt{3}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}x$$

$$\Leftrightarrow 3x^2+\sqrt{6}x-4=0$$

$$\Leftrightarrow(\sqrt{3}x-\sqrt{2})(\sqrt{3}x+2\sqrt{2})=0$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}},\ -\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$



V ← バウムクーヘン積分

$$=\int_0^{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}2\pi x\left(\frac{1}{\sqrt{2}}x-\frac{\sqrt{3}}{2}x^2+\frac{2}{\sqrt{3}}\right)dx$$

$$=\int_0^{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}\pi\left(\sqrt{2}x^2-\sqrt{3}x^3+\frac{4}{\sqrt{3}}x\right)dx$$

$$=\pi\left[\frac{\sqrt{2}}{3}x^3-\frac{\sqrt{3}}{4}x^4+\frac{2}{\sqrt{3}}x^2\right]_0^{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$$

$$=\pi\left(\frac{32}{9\sqrt{3}}-\frac{64\sqrt{3}}{36}+\frac{16}{3\sqrt{3}}\right)$$

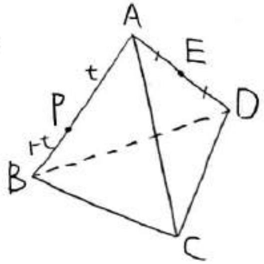
$$=\pi\cdot\frac{32-48+48}{9\sqrt{3}}$$

$$=\frac{32\sqrt{3}}{27}\pi$$

※普通に y で積分でもいいですね.

$\boxed{3}$

問1.



$\overrightarrow{CA}=\vec{a}, \overrightarrow{CB}=\vec{b}, \overrightarrow{CD}=\vec{d}$

とする。

$\overrightarrow{CP}=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}$

$\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{d}$

$|\overrightarrow{CP}|^2=(1-t)^2+2t(1-t)\frac{1}{2}+t^2$

$=t^2-t+1$

$\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{CE}$

$=\{(1-t)\vec{a}+t\vec{b}\}\{\vec{a}+\vec{d}\}\frac{1}{2}$

$=\left(1-t+\frac{1-t}{2}+\frac{t}{2}+\frac{t}{2}\right)\frac{1}{2}$

$=\frac{3-t}{4}$

$S(t)$

$=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{CP}|^2|\overrightarrow{CE}|^2-(\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{CE})^2}$

$=\frac{1}{2}\sqrt{(t^2-t+1)^2\frac{3}{4}-\frac{t^2-6t+9}{16}}$

$=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{12t^2-12t+12-t^2+6t-9}{16}}$

$=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{11t^2-6t+3}}{4}$

$=\frac{1}{8}\sqrt{11t^2-6t+3}$

$\therefore S(1)=\frac{2\sqrt{2}}{8}=\frac{\sqrt{2}}{4}$ //

問2

$\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{CE}=\frac{1}{4}(3-t)$ //

$CP^2=1\cdot t^2-1\cdot t+1$ //

問3.

$S(t)$

$=\frac{1}{8}\sqrt{11\left(t-\frac{3}{11}\right)^2-\frac{9}{11}+3}$

$t=\frac{3}{11}$のとき最小値 $\frac{1}{8}\sqrt{\frac{24}{11}}=\frac{\sqrt{66}}{44}$ //

$\boxed{4}$

問1.

$P(a+b+c=6)$

0|10|10

$=\frac{{}_5C_2}{13^3}$

$=\frac{10}{2197}$ //

abcの最大値は8 //，最小値は4 //

問2.

$P(a+b+c+d=8)$

0|0|0|0

$=\frac{{}_7C_3}{13^4}$

$=\frac{35}{28561}$ //

abcdが最小となるのは

どれかが5のとき

$P_{a+b+c+d=8}$(abcdが最小)

$=\frac{4}{{}_7C_3}$

$=\frac{4}{35}$ //