

3

(1)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x(\sqrt{x^2+1})} = \infty$$

(2) 定義域

$$\begin{cases} x^2 + 1 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$\therefore x \leq -1, 0 < x$$

$$f(x)$$

$$= \frac{(\frac{1}{2}x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}(2x+1) - 1}{x^2} \cdot x^2 - (\sqrt{x^2+1})x$$

$$= \frac{(2x+1 - \sqrt{x^2+1})x - [x^2x - x\sqrt{x^2+1}]}{2x^3\sqrt{x^2+1}}$$

$$= \frac{-2x-3+2\sqrt{x^2+1}}{2x^3\sqrt{x^2+1}}$$

$$\frac{f(x)}{x} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2+1} = 2x+3$$

1. 乗

$$4x^2 + 4x = 4x^2 + 12x + 9$$

$$\therefore x = -\frac{9}{4}$$

$$\frac{f(x)}{f(x)} = \frac{\dots - \frac{9}{4} \dots - 1 \dots 0 \dots}{+ 0 - x \cdot x \cdot x - \dots}$$

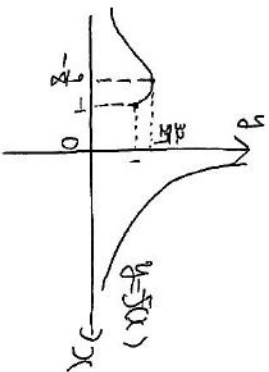
$$x = -\frac{9}{4} \text{ で極大値 } \frac{32}{27}$$

(4)

$$\sqrt{x^2+1} - mx^2 - x = 0 \dots \textcircled{1}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+1} - x = mx^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}} = m$$



①の解に $x=0$ は含まれないので

$k=2$ のときは $f(x)=m$ の実数解が1つだけあるから、④は

m の範囲は

$$m > \frac{32}{27}$$

$$m = \frac{10}{9} \text{ のとき } y = f(x) < y = m \text{ のとき } x \text{ が } 3 \text{ つある}$$

$$k=4$$

注意 (4) に戻して

問題の解の個数と $x=0$ の解の個数を数える。上の解は $x=0$ の解である。また、①に $x=0$ の解があることを示す。