2016 東海大医 1日目
(赤本なし)

1

(1) $\log_3 x(3x-8)=\log_3 3$

$\Leftrightarrow 3x^2-8x-3=0$

$\therefore x=\underline{3}$ $(\because x>\frac{8}{3})$

(2)

$|z|=3 \to z\bar{z}=\underline{9}$

$|z+4|^2=16$

$\Leftrightarrow \underbrace{z\bar{z}}_{9}+4(z+\bar{z})+16=16$

$\therefore z\bar{z}=\underline{-\frac{9}{4}}$

(3)

$x^2+\frac{9}{x^2}+10 \geq 2\sqrt{x^2\cdot\frac{9}{x^2}}+10$

$=16$

$x^2=\frac{9}{x^2} \Leftrightarrow x=\underline{\sqrt{3}}$ のとき min $\underline{16}$

(4)

$\sum_{a+b=20}\frac{20!}{a!b!(20-a-b)!}(x^2)^a(-x)^b\cdot 1^{20-a-b}$

$=\sum_{a+b=20}\frac{20!}{a!b!(20-a-b)!}(-1)^b x^{2a+b}$

$2a+b=1$ のとき $a=0, b=1$

$(x\text{の係数})=\frac{20!}{19!}(-1)=\underline{-20}$

$2a+b=2$ のとき

$a=1, b=0$ または $a=0, b=2$

$(x^2\text{の係数})=20+{}_{20}C_2=\underline{210}$

(5) $S_n=n^3$

$\therefore a_n=S_n-S_{n-1}$

$=n^3-(n-1)^3$

$=3n^2-3n+1$ $(n=1$ 含む$)$

$\therefore a_{3n}=27n^2-9n+1$

$a_3+a_6+\cdots+a_{3n}$

$=\sum_{k=1}^{n}(27k^2-9k+1)$

$=27\cdot\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

$\quad -9\cdot\frac{1}{2}n(n+1)+n$

$=\frac{n}{2}\{9(n+1)(2n+1)-9(n+1)+2\}$

$=\frac{n}{2}(18n^2+18n+2)$

$=\underline{n(9n^2+9n+1)}$

2

(1) $\frac{1}{1+\tan^2 t}=\underline{\cos^2 t}$

(2)

$\int_0^1\frac{1}{1+x^2}dx=[\arctan x]_0^1$

$=\underline{\frac{\pi}{4}}$

(3)

$\int_0^1\frac{1}{1+x^2}dx$

$=\left[x\frac{1}{1+x^2}\right]_0^1-\int_0^1 x(-2x)\frac{1}{(1+x^2)^2}dx$

$=\frac{1}{2}+2\int_0^1\frac{x^2}{(1+x^2)^2}dx$

$\Leftrightarrow \frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}=2\int_0^1\frac{x^2}{(1+x^2)^2}dx$

$\therefore \int_0^1\frac{x^2}{(1+x^2)^2}dx=\underline{\frac{\pi}{8}-\frac{1}{4}}$

これより

$\int_0^1\frac{1}{(1+x^2)^2}dx$

$=\int_0^1\frac{1+x^2-x^2}{(1+x^2)^2}dx$

$=\int_0^1\left[\frac{1}{1+x^2}-\frac{x^2}{(1+x^2)^2}\right]dx$

$=\frac{\pi}{4}-\left(\frac{\pi}{8}-\frac{1}{4}\right)=\underline{\frac{\pi}{8}+\frac{1}{4}}$

(4)

$x^3+2x^2+x=ax^3+bx^2+(a+c)x+b+d$

$\therefore \underline{a=1, b=2, c=0, d=-2}$

$\downarrow$

$x(x+1)^2=(x+2)(x^2+1)-2$

よって

$\int_0^1\frac{x(1+x)^2}{(1+x^2)^2}dx$

$=\int_0^1\frac{(x+2)(x^2+1)-2}{(1+x^2)^2}dx$

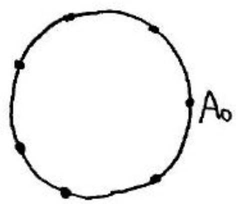
$=\int_0^1\left\{\frac{x+2}{1+x^2}-\frac{2}{(1+x^2)^2}\right\}dx$

$=\frac{1}{2}\left[\log(1+x^2)\right]_0^1+2\cdot\frac{\pi}{4}$

$\quad -2\left(\frac{\pi}{8}+\frac{1}{4}\right)$

$=\underline{\frac{1}{2}\log 2+\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}}$

3



(1) P(2回で終わる)

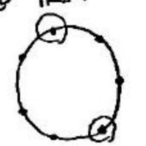
$= P(A_0$で止まる$)$

$= P(2$回の和が$7)$

$= \frac{6}{36}$

$= \underline{\frac{1}{6}}$ //

例



P(3回で終わる)

$= 1 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{6} = \underline{\frac{5}{18}}$ //

A_0をさける　A_0が1回目に止まる

P(6回で終わる)

$= 1 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{5}{6}$

$= \underline{\frac{25}{324}}$ //

(2)

(i) P(3回で終わる)

$= 1 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \underline{\frac{5}{36}}$ //

P(2回)

$= \frac{1}{6}$

P(3回以下)

$= P(2回) + P(3回)$

$= \underline{\frac{11}{36}}$ //

P(n回)

$= \underline{\frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}\right)^{n-2}}$ // $(n \geqq 2)$

(ii)

P(4回)

$= \frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{150}{6^4}$

$\therefore n(4回) = 150$

ここで

n(4回でちょうど2周)

= n(4回) − n(4回でちょうど1周)

− n(4回でちょうど3周)

n(4回でちょうど1周)

$= n(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7)$

それぞれの出る目

$= n\begin{pmatrix} x_1個の○ \quad x_2個の○ \quad x_3個の○ \quad x_4個の○ \\ ○||○||○|| \end{pmatrix}$

$= \frac{6!}{3!3!} = {}_6C_3 = 20$

n(4回でちょうど3周)

$= n(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 21)$

組

$= n\begin{pmatrix} (6\,6\,6\,3) \\ (6\,6\,5\,4) \\ (6\,5\,5\,5) \end{pmatrix}$

$= 4 + \frac{4!}{2!1!1!} + 4$

$= 20$

$\therefore$ n(4回かつちょうど2周)

$= 150 - 20 - 20$

$= \underline{110}$ //