2016 埼玉医科大（後期）

1

問1

$$1+\frac{2y^2}{2x^2-4xy+5y^2}$$
$$=1+\frac{2}{2\left(\frac{x}{y}\right)^2-4\frac{x}{y}+5}$$
$$=1+\frac{2}{2\left(\frac{x}{y}-1\right)^2+3}$$

$\frac{x}{y}=1$ のとき max $\underline{\frac{5}{3}}$ //

問2.

$100^\circ, \cdots, 170^\circ$

$(n-1)d=70^\circ$

（総和）

$$=(100^\circ+170^\circ)\times n\times\frac{1}{2}=(n-2)\times180^\circ$$
$$\Leftrightarrow\ n\times135^\circ=(n-2)\times180^\circ$$
$$\downarrow$$
$$135n=180n-360$$
$$360=45n$$
$$\therefore n=\underline{8}\text{ //},\ d=\underline{10^\circ}\text{ //}$$

問3

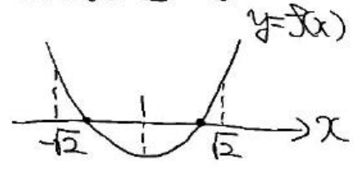
$$2-x^2>0 \Leftrightarrow -\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$$

この中で

$$2-x^2=x^2-4x+a$$
$$\Leftrightarrow 0=2x^2-4x+a-2$$

が異なる2つの実数解をもつには

右辺を $f(x)$ とおき



端 $f(\sqrt{2})=2-4\sqrt{2}+a>0$

$f(-\sqrt{2})=2+4\sqrt{2}+a>0$

軸 いらない

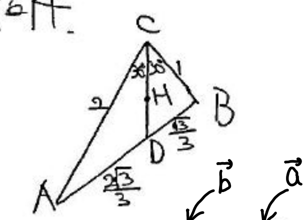
判 $\frac{D}{4}=4-2(a-2)$

$=8-2a>0$

の共通範囲を考えると

$$\underline{4\sqrt{2}-2<a<4}\text{ //}$$

問4.



$$\vec{CD}=\frac{1\cdot\vec{CA}+2\vec{CB}}{2+1}=\underline{\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}}\text{ //}$$

($\vec{CA}=\vec{a}$, $\vec{CB}=\vec{b}$)

$$\vec{CH}=\frac{2}{2+\frac{2\sqrt{3}}{3}}\vec{CD}$$
$$=\underline{\frac{3}{3+\sqrt{3}}\vec{CD}}\text{ //}$$

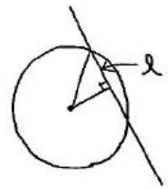
2

（左辺）

$$=2x(x^2+y^2-3ay+a^2+6a)-4ax^2$$
$$+(y-6)(x^2+y^2-2ay+a^2)$$
$$=2x(x^2+y^2-2ay+a^2)+2x(-ay+6a)$$
$$-4ax^2+(y-6)(x^2+y^2-2ay+a^2)$$
$$=(2x+y-6)(x^2+y^2-2ay+a^2)$$
$$+2ax(-y+6-2x)$$
$$=(2x+y-6)(x^2+y^2-2ax-2ay+a^2)$$
$$=0$$
$$\downarrow$$
$$\begin{cases}2x+y-6=0\\x^2+y^2-2ax-2ay+a^2=0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}\underline{y=-2x+6}\text{ //}\\(x-a)^2+(y-a)^2=a^2\end{cases}$$

$$d=\frac{|2a+a-6|}{\sqrt{5}}\leqq|a|$$
$$\Leftrightarrow 3|a-2|\leqq\sqrt{5}|a|$$
$$\downarrow$$
$$9(a-2)^2\leqq5a^2$$
$$\Leftrightarrow 9a^2-36a+36\leqq5a^2$$
$$\Leftrightarrow a^2-9a+9\leqq0$$
$$\underline{\frac{9-3\sqrt{5}}{2}\leqq a\leqq\frac{9+3\sqrt{5}}{2}}\text{ //}$$

問2



$$l=\sqrt{a^2-d^2}$$
$$=\sqrt{a^2-\frac{9a^2-36a+36}{5}}$$
$$=\sqrt{\frac{-4a^2+36a-36}{5}}$$
$$=\frac{2}{\sqrt{5}}\sqrt{-a^2+9a-9}$$
$$=\frac{2}{\sqrt{5}}\sqrt{-\left(a-\frac{9}{2}\right)^2+\frac{45}{4}}$$

$a=\frac{9}{2}$ のとき最大値 $\frac{2}{15}\sqrt{\frac{45}{4}\times 2}$ 2乗の

$=\underline{6}$

$\boxed{3}$

問1. $f_0(x)=n$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(e^x+e^{-x})-n-1=0$

$\Leftrightarrow e^x+e^{-x}-2(n+1)=0$

$\Leftrightarrow (e^x)^2-2(n+1)e^x+1=0$

$\Leftrightarrow e^x=n+1\pm\sqrt{(n+1)^2-1}$

$=n+1\pm\sqrt{n^2+2n}$

$\Leftrightarrow x=\log(n+1\pm\sqrt{n^2+2n})$

ここで $n+1-\sqrt{n^2+2n}<1$ より

$a_n=\log(n+1+\sqrt{n^2+2n})$

$\therefore a_{10}=\underline{\log(11+2\sqrt{30})}$

また

$\frac{1}{2}(e^{a_{10}}-e^{-a_{10}})$

$=\frac{1}{2}\left(11+2\sqrt{30}-\frac{1}{11+2\sqrt{30}}\right)$

$=\frac{1}{2}\{11+2\sqrt{30}-(11-2\sqrt{30})\}$

$=\underline{2\sqrt{30}}$

問2

$f_1(x)=\left|\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})-2\right|=0$

$\Leftrightarrow |e^x+e^{-x}-4|=0$

$\Leftrightarrow e^x+e^{-x}-4=0$

$b_1=a_1=\underline{\log(2+\sqrt{3})}$

次に

$f_2(x)$

$=\left|\left|\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})-2\right|-1\right|=0$

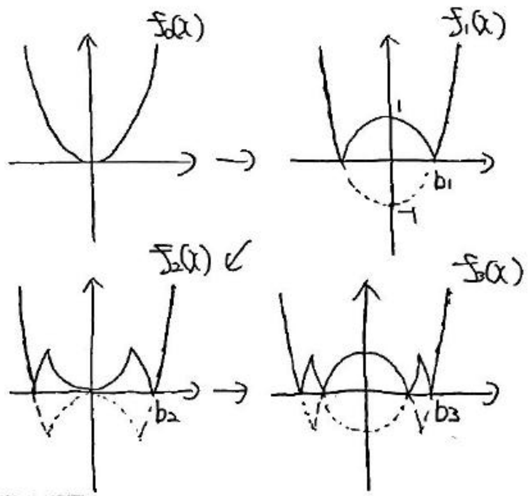
$\Leftrightarrow \left|\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})-2\right|=1$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(e^x+e^{-x})=\underset{\substack{\uparrow\\ x=0}}{1}, 3$

$e^x+e^{-x}=6$

$b_2=a_2=\underline{\log(3+2\sqrt{2})}$

そもそもグラフを書いてみると



求める長さは結局

$y=f_0(x)$ の $0\leqq x\leqq b_6$ の長さと同じ.

$f_0(x)'=\frac{1}{2}(e^x-e^{-x})$

より求める長さは

$\int_0^{b_6}\sqrt{1+\{f_0(x)'\}^2}\,dx$

$=\int_0^{b_6}\sqrt{1+\frac{e^{2x}+e^{-2x}-2}{4}}\,dx$

$=\int_0^{b_6}\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})\,dx$

$=\left[\frac{1}{2}(e^x-e^{-x})\right]_0^{b_6}$

$=\frac{1}{2}(e^{b_6}-e^{-b_6})$ $\quad b_6=a_6$

$=\frac{1}{2}\left(7+\sqrt{48}-\frac{1}{7+\sqrt{48}}\right)$

$=\sqrt{48}$

$=\underline{4\sqrt{3}}$

$\boxed{4}$

問1 $P(赤4コ)$

$=P(Aから赤3コ, Bから赤1コ)$

$+P(Aから赤2コ, Bから赤2コ)$

$=\frac{{}_4C_3}{{}_8C_3}\cdot\frac{{}_3C_1\cdot{}_3C_1}{{}_6C_2}$

$+\frac{{}_4C_2\cdot{}_4C_1}{{}_8C_3}\cdot\frac{{}_3C_2}{{}_6C_2}$

$=\underline{\frac{9}{70}}$

問2

$P(赤が同じコスウ)+P(白が同じコスウ)$

$=2\cdot P(赤が同じコスウ)$

$=2\{P(Aから赤2コ, Bから赤2コ)$

$+P(Aから赤1コ, Bから赤1コ)$

$+P(Aから赤0コ, Bから赤0コ)\}$

$=2\left[\frac{6}{70}+\frac{{}_4C_1\cdot{}_4C_2}{{}_8C_3}\cdot\frac{{}_3C_1\cdot{}_3C_1}{{}_6C_2}\right.$

$\left.+\frac{{}_4C_3}{{}_8C_3}\cdot\frac{{}_3C_2}{{}_6C_2}\right]$

$=2\left(\frac{6}{70}+\frac{6}{14}\cdot\frac{3}{5}+\frac{1}{14}\cdot\frac{1}{5}\right)$

$=2\,\frac{6+18+1}{70}$

$=2\,\frac{5}{14}$

$=\underline{\frac{5}{7}}$