

$f(x)$

$$= \int_1^x u e^{-u} du + x^2 e^{-x} + (1-x)x e^{-x} = [-\frac{1}{2} e^{-u} u^2 + x e^{-x}]_1^x + x^2 e^{-x} = (x - \frac{1}{2}) e^{-x} + \frac{1}{2} e^{-1}$$

(2)

$h(x) = f(x) - g(x)$ とおく
($x > 0$)

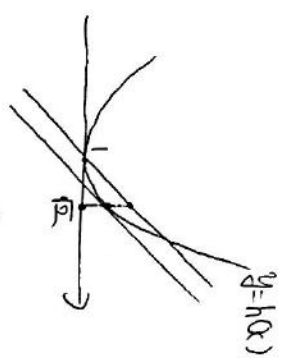
$$h'(x) = f'(x) - g'(x) = f'(x) - x e^{-x} = -\frac{1}{2} e^{-x} + \frac{1}{2e} = \frac{1}{2} (e^{-1} - e^{-x})$$

x	0	...	1	...
$h'(x)$	X	-	0	+
$h(x)$	X		$\searrow$ $h(1)$	

$\therefore h(x) \geq h(1)$
 $= f(1) - g(1)$
 $= 0$

$\therefore f(x) \geq g(x)$ $\frac{4}{5}$ 以下は $x=1$

(3)



$h''(x) = x e^{-x} > 0$

よ) $h(x)$ は $x > 0$ で下に凸な関数. (傾きが $h'(x)$ で $(1,0)$ を通る直線は

$y = \frac{1}{2} (e^{-1} - e^{-x})(x-1).$

この直線と $h(x)$ の $x=1.2$ における値を比較すると, 図より

$0 < h(1.2) < \frac{1}{2} (e^{-1} - e^{-1.2})(1.2-1)$

$\Leftrightarrow g(1.2) < f(1.2) < \frac{1}{2} (e^{-1} - e^{-1.2}) 1.2$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} (e^{-1} - e^{-1.2}) < f(1.2) < \frac{1.2}{2} (e^{-1} - e^{-1.2})$

$f(1.2)$

$> \frac{1}{2} (e^{-1} - e^{-1.2})$

$> \frac{1}{2} (0.367 - 0.136)$

$= 0.1155 > 0.115$

また

$f(1.2)$

1.2 の近似値は

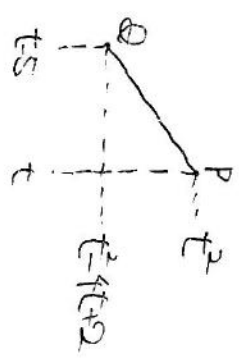
$< \frac{1.2}{2} (e^{-1} - e^{-1.2})$ 要暗記

$< \frac{1.415}{2} (0.368 - 0.135)$

$= 0.1648475 < 0.165$

[3]

(1)



例: $y = \frac{4t-2}{5} (x-t) + t^2 = \frac{4t-2}{5} x + \frac{t^2+2t}{5}$

($t-5 \leq x \leq t$)

(2)

$5y = 4x(t-2x) + t^2 + 2x$

$\Leftrightarrow 0 = t^2 + (4x+2)t - 2x - 5y$

($x \leq t \leq x+5$)

...①

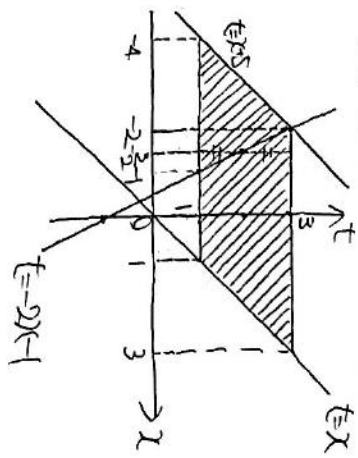
$f(x) = (x+5)$

$= [t + (x+1)]^2 - 4x^2 - 6x - 1 - 5y$

①が $x \leq t \leq x+5$ の範囲で

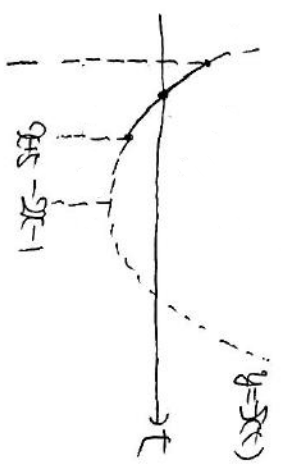
実数解をもつ条件を出せば 1111.

$1 \leq t \leq 3$ のとき $t=x, t=x+5$ として軸である $t=-2x-1$ の外を以て図で表す.



(i) $-4 \leq x \leq -2$ のとき

$f(x)$ の定義域 $1 \leq t \leq x+5$

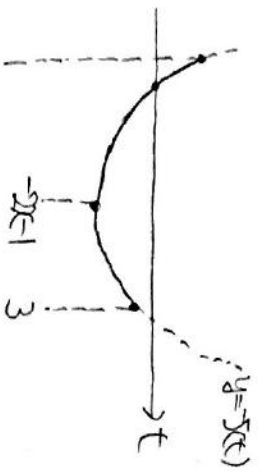


条件は

$\begin{cases} f(1) = 2x - 5y + 3 \geq 0 \\ f(x+5) = 5x^2 + 30x + 35 - 5y \leq 0 \end{cases}$

(ii) $-2 \leq x \leq -\frac{3}{2}$ のとき

$f(x)$ の定義域 $1 \leq t \leq 3$

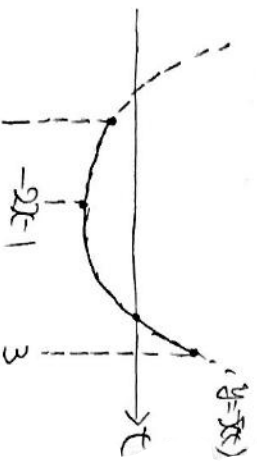


条件は

$$\begin{cases} f(1) = 2x - 5y + 3 \geq 0 \\ f(2x-1) = -4x^2 - 6x - 1 - 5y \leq 0 \end{cases}$$

(iii) $-\frac{3}{2} \leq x \leq -1$ のとき

$f(x)$ の定義域 $1 \leq t \leq 3$

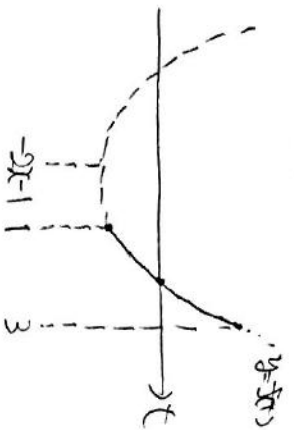


条件は

$$\begin{cases} f(3) = 10x - 5y + 15 \geq 0 \\ f(2x-1) = -4x^2 - 6x - 1 - 5y \leq 0 \end{cases}$$

(iv) $-1 \leq x \leq 1$ のとき

$f(x)$ の定義域 $1 \leq t \leq 3$

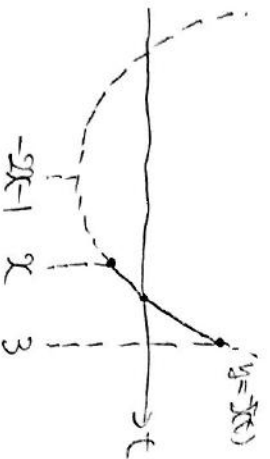


条件は

$$\begin{cases} f(3) = 10x - 5y + 15 \geq 0 \\ f(1) = -4x^2 - 6x - 1 - 5y \leq 0 \end{cases}$$

(v) $1 \leq x \leq 3$ のとき

$f(x)$ の定義域 $x \leq t \leq 3$



条件は

$$\begin{cases} f(3) = 10x - 5y + 15 \geq 0 \\ f(x) = 5x^2 - 5y \leq 0 \end{cases}$$

整理すると求める領域は

$0 < x < -4$ のとき

解なし

$0 < -4 \leq x \leq -2$ のとき

$$\begin{cases} y \leq \frac{2}{5}x + \frac{3}{5} \\ y \geq x^2 + 6x + 7 \end{cases}$$

$0 < -2 \leq x \leq -\frac{3}{2}$ のとき

$$\begin{cases} y \leq \frac{2}{5}x + \frac{3}{5} \\ y \geq -\frac{4}{5}x^2 - \frac{6}{5}x - \frac{1}{5} \end{cases}$$

$0 < -\frac{3}{2} \leq x \leq -1$ のとき

$$\begin{cases} y \leq 2x + 3 \\ y \geq -\frac{4}{5}x^2 - \frac{6}{5}x - \frac{1}{5} \end{cases}$$

$0 < -1 \leq x \leq 1$ のとき

$$\begin{cases} y \geq \frac{2}{5}x + \frac{3}{5} \\ y \leq 2x + 3 \end{cases}$$

$0 < 1 \leq x \leq 3$ のとき

$$\begin{cases} y \geq x^2 \\ y \leq 2x + 3 \end{cases}$$

$0 < x > 3$ のとき

解なし

図示すると

