2015 埼玉医科大（前期）

1

問1

$(x-5)^2+(y-1)^2=9$

中心 $A(5,1)$ 半径 3 //

$y=(x+4)^2+2a$

$B(-4,2a)$ //

$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}-9\\2a-1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}a-5\\1\end{pmatrix}$

$\downarrow$ A, B, C が同一直線上

$-9\cdot1-(a-5)(2a-1)=0$

$\Leftrightarrow 2a^2-11a+14=0$

$\therefore a=2,\ \frac{7}{2}$ //

問2

$x,\ \bar{x}$ が2次方程式の解より

解と係数の関係から

$$\begin{cases} x+\bar{x}=2\cos\theta=\dfrac{3-k}{2k} \\ x\bar{x}=1=\underbrace{\dfrac{6-k^2}{k}}_{}\end{cases}$$

$\therefore k=-3$ または 2 //

・$k=-3$ のとき

$2\cos\theta=-1$

$\therefore \cos\theta=-\frac{1}{2}$

$|x|=1$ より

$x=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i$ //

・$k=2$ のとき

$2\cos\theta=\frac{1}{4}$

$\therefore \cos\theta=\frac{1}{8}$

$|x|=1$ より

$x=\frac{1}{8}\pm\frac{3\sqrt{7}}{8}i$ //

問3

$g(x)$ の最小値存在 $\Leftrightarrow a>0$ //

$\frac{D}{4}=(1-a)^2y^2-4a^2y^2$

$=(-3a^2-2a+1)y^2\leqq0$

$\Leftrightarrow -3a^2-2a+1\leqq0$

$\Leftrightarrow 3a^2+2a-1\geqq0$

$\Leftrightarrow (3a-1)(a+1)\geqq0$

$a>0$ をふまえて

$a\geqq\frac{1}{3}$ //

問4

（相加平均）≧（相乗平均）より

$\left|x+\frac{1}{x}\right|\geqq2$ //

（等号は $x=\pm1$）

$x+\frac{1}{x}=t$ とおくと

$t\leqq-2,\ 2\leqq t$

（与式）$=0$

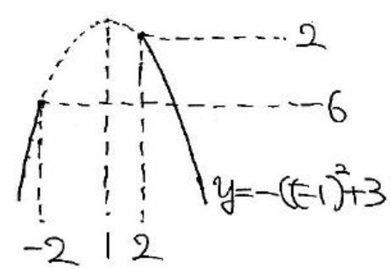
$\Leftrightarrow x^2-2x+k-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}=0$

$\Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2-2\left(x+\frac{1}{x}\right)+k=0$

$\Leftrightarrow t^2-2t+k-2=0$

$\Leftrightarrow k=-t^2+2t+2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=k \\ y=-(t-1)^2+3 \end{cases}$



図より

$-6<k<2$ のとき 2つ //

$k<-6$ のとき 4つ もつ //

2

問1 帯分数を使う.

$6\frac{1}{4},6\frac{2}{4},6\frac{3}{4},\cdots,9\frac{1}{4},9\frac{2}{4},9\frac{3}{4}$

$S_1=(6+7+8+9)\times3+\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}\right)\times4$

$=96$ //

問2 同様に

$a\frac{1}{m},a\frac{2}{m},\cdots,a\frac{m-1}{m},\cdots,$

$(b-1)\frac{1}{m},\cdots,(b-1)\frac{m-1}{m}$

$S_2=\{a+(a+1)+\cdots+(b-1)\}(m-1)$

$+\left(\frac{1}{m}+\frac{2}{m}+\cdots+\frac{m-1}{m}\right)\{b-1-a+1\}$

$=(a+b-1)(b-a)\frac{1}{2}\times(m-1)$

$\frac{1}{m}\cdot\frac{1}{2}(m-1)m(b-a)$

$=\frac{(m-1)(b-a)}{2}(a+b-1+1)$

$=\frac{m-1}{2}(b^2-a^2)$ //

3

問1

$$f(x)=\log\sqrt{\frac{\frac{1-\cos x}{2}}{\frac{1+\cos x}{2}}}$$

$$=\log\sqrt{\tan^2\frac{x}{2}}$$

$$=\log\left|\tan\frac{x}{2}\right|$$

$$f'(x)=\frac{1}{\tan\frac{x}{2}}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\cos^2\frac{x}{2}}$$

$$=\frac{1}{2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}$$

$$=\frac{1}{\sin x}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{2}{\sqrt{3}}=\underline{\frac{2\sqrt{3}}{3}}\,/\!/$$

問2

$$\int_0^x\frac{1}{\cos t}dt$$

$$=\int_0^x\frac{\cos t}{1-\sin^2 t}dt$$

$\sin t=u$
$\cos t\,dt=du$

t	$0\to x$
u	$0\to\sin x$

$$=\int_0^{\sin x}\frac{1}{1-t^2}dt$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^{\sin x}\left(\frac{1}{1-t}+\frac{1}{1+t}\right)dt$$

$$=\frac{1}{2}\Big[-\log|1-t|+\log|1+t|\Big]_0^{\sin x}$$

$$=\underline{\frac{1}{2}\log\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}\,/\!/$$

問3

$$g'(x)=\frac{1}{\cos x}-\frac{1}{\sin x}$$

$$=\frac{\sin x-\cos x}{\cos x\sin x}$$

x	$0\cdots\frac{\pi}{4}\cdots\frac{\pi}{2}$
$g'(x)$	$-\ \ 0\ \ +$
$g(x)$	$\searrow g(\frac{\pi}{4})\nearrow$

$$g\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{\cos t}dt+\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{\sin t}dt$$

$t=\frac{\pi}{2}-k$

$$=\ 〃\ +\int_{\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{1}{\cos k}(-dk)$$

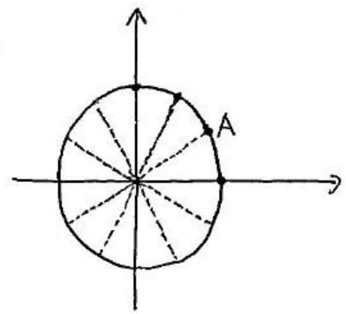
$$=2\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{\cos t}dt$$

$$=\log\frac{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$=\log\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}\cdot\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}$$

$$=\underline{\log(3+2\sqrt{2})}\,/\!/$$

4



問1

$P(\triangle Q_1OA$が鋭角三角形$)$

$=P(m_1=2,3,11,12)$

$$=\frac{1}{36}+\frac{2}{36}+\frac{2}{36}+\frac{1}{36}=\underline{\frac{1}{6}}\,/\!/$$

問2

$P(\triangle OQ_1Q_2$が直角三角形$)$

$=P(m_1$は何でもよい
かつ $m_2=m_1+3$ またはその向かい側$)$

$=1\cdot\frac{1}{6}$ （∵m_2の組み合わせが何であれ右の表より確率の和は$\frac{1}{6}$になる）

$=\underline{\frac{1}{6}}\,/\!/$

2つのサイコロの和と確率

和	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
確率	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$