# 2013 埼玉医科大

## 1

問1.

解の公式で因数分解が確実だが、うまくたすきがけする.

$3\cdot64x^2+4\cdot5\cdot11xy+7\cdot9y^2$.

$x^2$の係数が3の倍数なので$63y^2$は$7y$と$9y$に分かれるしかない(3でくくれてしまうため).

$$\begin{array}{ccc} ? & & 7 \\ ? & \times & 9 \\ \hline 192 & 63 & \underbrace{220}_{4の倍数} \end{array}$$

220が4の倍数なので？2つはどちらも4の倍数.

$$\begin{array}{ccc} 4k & & 7 \\ 4l & \times & 9 \\ \hline 192 & 63 & 220 \end{array}$$

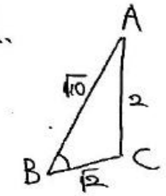
$\Downarrow$

$$\begin{cases} kl=12 \\ 7l+9k=55 \end{cases}$$

あとはkとlを探すと$k=3$、$l=4$.
よって

$\underline{\underline{(12x+7y)(16x+9y)}}$

問2.




(余)

$$\cos\angle ABC=\frac{10+2-4}{2\sqrt{20}}=\frac{2}{\sqrt5}$$

$$\sin\angle ABC=\frac{1}{\sqrt5}$$

(正)

$$2R=\frac{2}{\sin\angle ABC}=2\sqrt5$$

$\therefore \underline{\underline{R=\sqrt5}}$

問3.

$12=2^2\cdot3$

より求める自然数Nは

$N=abc^2$ ($a,b,c$は素数)

Nは最小なので

$c=2,\ a=3,\ b=5$

にすればいい.

$\therefore N=2^2\cdot3\cdot5=\underline{\underline{60}}$

(約数の和)

$=(1+2+2^2)(1+3)(1+5)$

$=\underline{\underline{168}}$

問4.

$$2\sin x\cos x-2\left(\sin x\cdot\frac12-\cos x\cdot\frac{\sqrt3}{2}\right)<\frac{\sqrt3}{2}$$

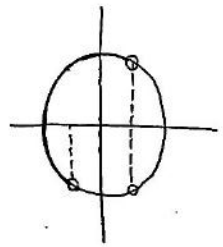
$$\sin x\cos x-\frac12\sin x+\frac{\sqrt3}{2}\cos x-\frac{\sqrt3}{4}<0$$

$$\left(\sin x+\frac{\sqrt3}{2}\right)\left(\cos x-\frac12\right)<0$$

$\downarrow$

$$\begin{cases}\sin x>-\frac{\sqrt3}{2}\\ \cos x<\frac12\end{cases} または \begin{cases}\sin x<-\frac{\sqrt3}{2}\\ \cos x>\frac12\end{cases}$$

ない



$\therefore \underline{\underline{\frac13\pi<x<\frac43\pi}}$

## 2

A(1,2,3)

問1.


$$\overrightarrow{AP}=\begin{pmatrix}2\cos\theta-1\\2\sin\theta-2\\-3\end{pmatrix}\quad \overrightarrow{AQ}=\begin{pmatrix}-2\cos\theta-1\\-2\sin\theta-2\\-3\end{pmatrix}$$

$$(|\overrightarrow{AP}||\overrightarrow{AQ}|)^2$$

$=|\overrightarrow{AP}|^2|\overrightarrow{AQ}|^2$

$=\{(2\cos\theta-1)^2+(2\sin\theta-2)^2+9\}\{(-2\cos\theta-1)^2+(-2\sin\theta-2)^2+9\}$

$=(18-4\cos\theta-8\sin\theta)(18+4\cos\theta+8\sin\theta)$

$=324-(4\cos\theta+8\sin\theta)^2$

$=\underline{\underline{324-16(\cos\theta+2\sin\theta)^2}}$

問2.

$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}=-(4\cos^2\theta-1)-(4\sin^2\theta-4)+9$

$=-4+1+4+9$

$=\underline{\underline{10}}$

問3

$\triangle PAQ$

$= \frac{1}{2}\sqrt{|\vec{AP}|^2|\vec{AQ}|^2 - (\vec{AP}\cdot\vec{AQ})^2}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{324 - 16(\cos\theta + 2\sin\theta)^2 - 100}$

$= 2\sqrt{14 - (\cos\theta + 2\sin\theta)^2}$

$= 2\sqrt{14 - 5\sin^2(\theta+\alpha)}$

最大値 $\underline{2\sqrt{14}}$ //

$\boxed{3}$

問1. $0 \leqq \log_2 y + \frac{1}{2}\cdot\frac{\log_2(x+2)}{\log_2\frac{1}{2}} \leqq 1$

$\Leftrightarrow 0 \leqq \log_2 y + \log_2(x+2)^{-\frac{1}{2}} \leqq 1$

$\Leftrightarrow \log_2 1 \leqq \log_2 y(x+2)^{-\frac{1}{2}} \leqq \log_2 2$

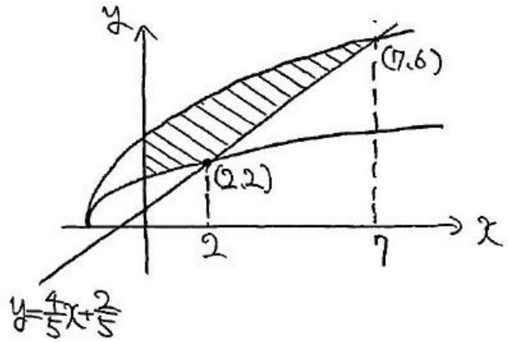
$\Leftrightarrow \quad 1 \leqq y(x+2)^{-\frac{1}{2}} \leqq 2$

$\Leftrightarrow \sqrt{x+2} \leqq y \leqq 2\sqrt{x+2}$

$y=\sqrt{x+2}$, $y=2\sqrt{x+2}$ と

$y=\frac{4}{5}x+\frac{2}{5}$ を連立して交点を

求めておく.




図より)直線がDに含まれるのは

$\underline{2 \leqq x \leqq 7}$ //

問2.

$\int_0^7 2\sqrt{x+2}\,dx - \int_0^2 \sqrt{x+2}\,dx$

$\qquad - (2+6)\times 5 \times \frac{1}{2}$

$= \left[\frac{4}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}}\right]_0^7 - \left[\frac{2}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}}\right]_0^2 - 20$

$= 36 - \frac{4}{3}2\sqrt{2} - \frac{16}{3} + \frac{4}{3}\sqrt{2} - 20$

$= \underline{\frac{32-4\sqrt{2}}{3}}$ //

$\boxed{4}$

問1.

P(各色が1回ずつ)

$= 3!\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{3}{6} = \underline{\frac{1}{6}}$ //

問2.

P(6点以上)

$= P(g\times3) + P(g\times2, s\times1)$

$+ P(g\times2, r\times1) + P(g\times1, s\times2)$

$+ P(g\times1, s\times1, r\times1) + P(s\times3)$

$= \frac{1}{216} + 3\left(\frac{1}{6}\right)^2\frac{2}{6} + 3\left(\frac{1}{6}\right)^2\frac{3}{6}$

$+ 3\cdot\frac{1}{6}\left(\frac{2}{6}\right)^2 + \frac{1}{6} + \left(\frac{2}{6}\right)^3$

$= \frac{1+6+9+12+36+8}{216}$

$= \frac{72}{216} = \underline{\frac{1}{3}}$ //

問3

1.2.3回目の出る目を

$X_1, X_2, X_3$ とおくと

$E(X_1+X_2+X_3)$

$= E(X_1)+E(X_2)+E(X_3)$

(∵すべて独立)

$= 3E(X_1)$

$= 3\left(3\cdot\frac{1}{6} + 2\cdot\frac{2}{6} + 1\cdot\frac{3}{6}\right)$

$= \underline{5}$ //