2013 埼玉医科(後期)

1

問1

$x^2-(y+1)x-(6y^2-ky+6)$

$6y^2-ky+6$

$=(3y+3)(2y+2)$

　または $(3y-2)(2y-3)$

∴ $k=-12$ または $k=13$ //

問2.

正方形の周り…x

長方形 〃 …$70-x$

とおくと

(面積の和)$=f(x)$

$=\left(\frac{x}{4}\right)^2+\frac{1}{8}(70-x)\frac{3}{8}(70-x)$

$=\frac{x^2}{16}+\frac{3}{64}(x^2-140x+4900)$

$=\frac{7}{64}x^2-\frac{3\cdot 140}{64}x+\frac{3}{64}4900$

$=\frac{7}{64}(x^2-60x)+$ 〃

$x=30$のとき最小.

$\min f(x)$

$=f(30)=\left(\frac{15}{2}\right)^2+5\cdot 15$

$=\frac{225}{4}+\frac{300}{4}=\frac{525}{4}$ //

問3.

平面ABC: $z=ax+by+c$

↓A,B,Cとる

$$\begin{cases} 0=a-3b+c \\ 1=-a+c \\ -2=2a+c \end{cases}$$

∴ $a=-1,\ b=-\frac{1}{3},\ c=0$

$z=-x-\frac{1}{3}y$

↓Dとる

$-2=-x-2$ ∴ $x=0$ //

問4

$4\sin^2\theta+4\cos^2\theta=4$

$\Leftrightarrow 4\sin^2\theta+\left(\frac{\sqrt{10}}{2}-\sin\theta\right)^2=4$

$\Leftrightarrow 5\sin^2\theta-\sqrt{10}\sin\theta-\frac{3}{2}=0$

∴ $\sin\theta=\frac{\sqrt{10}\pm\sqrt{10+30}}{10}$

$=\frac{3\sqrt{10}}{10}$ $\left(0\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}\right)$ //

2

問1

$b_{n+1}=\frac{a_{n+1}-1}{a_{n+1}+1}$

$=\frac{7a_n+1-(a_n+7)}{7a_n+1+a_n+7}$

$=\frac{6}{8}\cdot\frac{a_n-1}{a_n+1}$

$=\frac{3}{4}b_n$

↓一般項

$b_n=b_1\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}=\frac{1}{3}\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$

∴ $b_7=\frac{1}{3}\left(\frac{3}{4}\right)^6$

$=\frac{3^5}{2^{12}}=\frac{243}{4096}$ //

問2.

$b_n=\frac{a_n-1}{a_n+1}$

$\Leftrightarrow (b_n-1)a_n=-b_n-1$

$\Leftrightarrow a_n=\frac{-b_n-1}{b_n-1}$

$=\frac{-3^{n-2}-4^{n-1}}{3^{n-2}-4^{n-1}}=\frac{4^{n-1}+3^{n-2}}{4^{n-1}-3^{n-2}}$ //

3

問1

$$\begin{cases} f'(x)+g'(x)=10x-2 \\ f'(x)-g'(x)=-2x+8 \end{cases}$$

↓

$f'(x)=4x+3$

$f(x)=2x^2+3x+C_1$

↓$f(-1)=-21$

$-21=2-3+C_1$ ∴ $C_1=-20$

∴ $f(x)=2x^2+3x-20$ //

$g'(x)=6x-5$

$g(x)=3x^2-5x+C_2$

↓$g(1)=-14$

$-14=3-5+C_2$ ∴ $C_2=-12$

∴ $g(x)=3x^2-5x-12$ //

$f(x)-g(x)$

$=-x^2+8x-8=0$

の解を$\alpha,\beta\ (\alpha<\beta)$とおく.

$\alpha+\beta=8$

$\alpha\beta=8$

(fとgで囲まれた面積)

$= \int_\alpha^\beta (f(x) - g(x))\,dx$

$= \frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$

$= \frac{1}{6}\left\{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta\right\}^{\frac{3}{2}}$

$= \frac{1}{6} 32\sqrt{32} = \underline{\frac{64\sqrt{2}}{3}}$ //

問2

$f(x)g(x)$

$= \int (1+\log x)$

$= x + x\log x - x + C_1$

$= x\log x + C_1$

$\downarrow f(1)=1, g(1)=0$

$C_1 = 0$

$\frac{g(x)}{f(x)}$

$= \int \frac{1-\log x}{x^2}\,dx$

$= -\frac{1}{x} + \frac{1}{x}\log x + \frac{1}{x} + C_2$

$= \frac{1}{x}\log x + C_2$

$\downarrow f(1)=1, g(1)=0$

$C_2 = 0$

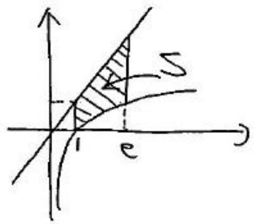
つまり

$f(x)g(x)\frac{g(x)}{f(x)} = (\log x)^2$

$\Leftrightarrow g(x) = \pm\log x$

$\therefore f(x) = \pm x$ (複合同順)

$f(x)=x,\ g(x)=\log x$ である.



S

$= \int_1^e (x - \log x)\,dx$

$= \left[\frac{1}{2}x^2 - x\log x + x\right]_1^e$

$= \frac{e^2}{2} - e + e - \frac{1}{2} - 1$

$= \underline{\frac{e^2-3}{2}}$ //

$\boxed{4}$

問1

P(すべて正解)

$= \frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}$

$= \frac{3}{50} = 0.06 \quad \therefore \underline{6\%}$ //

問2

P(少なくとも2つ正解)

= P(すべて正解)

+ P(Q_1Q_2正解)

+ P(Q_2Q_3正解)

+ P(Q_3Q_1正解)

$= \frac{3}{50} + \frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{5} + \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5} + \frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}$

$= \frac{3+12+2+3}{50} = \frac{2}{5} \quad \therefore \underline{40\%}$ //

問3

P(チームがすべて正解)

$= \left(1-\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\right)\left(1-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}\right)$

$= \frac{21}{25}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{9}{25}$

$= \frac{567}{2500} = 0.2268$

$\therefore 22.68\% \fallingdotseq \underline{23\%}$ //

問4.

P(チームが2つ正解)

$= \frac{21}{25}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{16}{25} + \frac{4}{25}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{9}{25} + \frac{21}{25}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{9}{25}$

$= \frac{1008+108+189}{2500} = \frac{1305}{2500}$

P(チームがすべて不正解)

$= \frac{4}{25}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{16}{25} = \frac{64}{2500}$

P(チームが1つ正解)

$= 1 - \frac{567+1305+64}{2500} = \frac{564}{2500}$

E

$= 3\cdot\frac{567}{2500} + 2\cdot\frac{1305}{2500} + 1\cdot\frac{564}{2500}$

$= \frac{1701+2610+564}{2500}$

$= \frac{4875}{2500}$

$= \frac{39}{20} = \underline{1.95}$ //